PART3　不等式の表す領域

例題

次の不等式の表す領域を図示せよ。

(1)　$y < 2x+1$　　(2)　$y \leqq x^2-x-2$　　(3)　$x^2+(y-2)^2 \leqq 1$

Point Pickup

練習

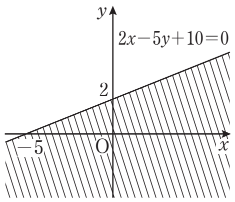
次の不等式の表す領域を図示せよ。

(1)　$2x+3y-6 \geqq 0$　　(2)　$y<-x^2+3x$　　(3)　$(x-2)^2+(y-1)^2<1$

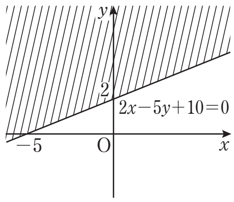
第 7 講　PART3 確認問題

次の不等式の表す領域を①，②から選べ。

1　$2x-5y+10 \geqq 0$　［ア］

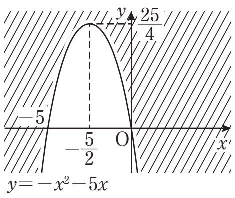
①


図の斜線部分。
ただし，境界線を含む。

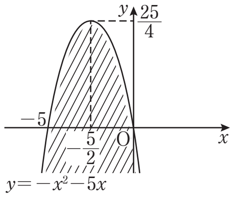
②


図の斜線部分。
ただし，境界線を含む。

2　$y<-x^2-5x$　［イ］

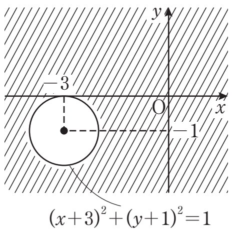
①


図の斜線部分。
ただし , 境界線を
含まない。

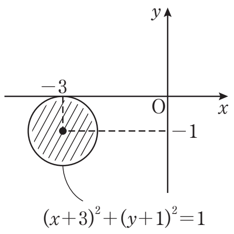
②


図の斜線部分。
ただし , 境界線を
含まない。

3　$(x+3)^2+(y+1)^2<1$　［ウ］

①


図の斜線部分。
ただし , 境界線を
含まない。

②


図の斜線部分。
ただし , 境界線を
含まない。

PART3　不等式の表す領域

例題

次の不等式の表す領域を図示せよ。

(1)　$y<2x+1$　　(2)　$y \leqq x^2-x-2$　　(3)　$x^2+(y-2)^2 \leqq 1$

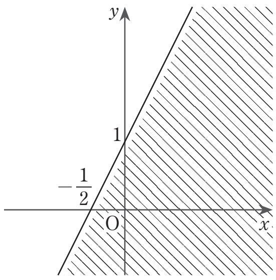
(1)　直線 $y=2x+1$ の下側の部分

(2)　放物線 $y=x^2-x-2=\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2-\dfrac{9}{4}$ およびその下側の部分

(3)　円 $x^2+(y-2)^2=1$ の周および内部

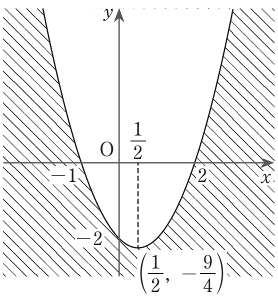
したがって，求める領域は下図斜線部分。

(1)



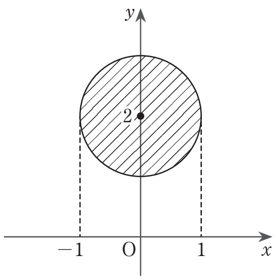
境界線を含まない

(2)



境界線を含む

(3)



境界線を含む

練習

次の不等式の表す領域を図示せよ。

(1)　$2x+3y-6 \geqq 0$　　(2)　$y<-x^2+3x$　　(3)　$(x-2)^2+(y-1)^2<1$

(1)　$2x+3y-6 \geqq 0$ より $y \geqq -\dfrac{2}{3}x+2$

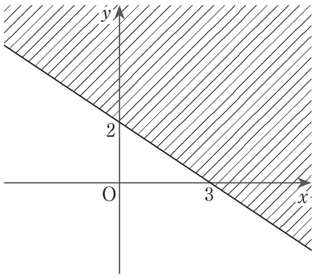
よって，直線 $y=-\dfrac{2}{3}x+2$ およびその上側の部分

(2)　放物線 $y=-x^2+3x=-\left(x-\dfrac{3}{2}\right)^2+\dfrac{9}{4}$ の下側の部分

(3)　円 $(x-2)^2+(y-1)^2=1$ の内部

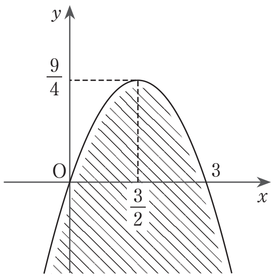
したがって，求める領域は下図斜線部分。

(1)



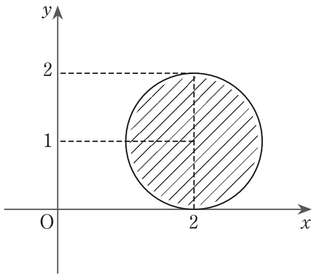
境界線を含む

(2)



境界線を含まない

(3)



境界線を含まない

第 7 講　PART3 確認問題 解答

1

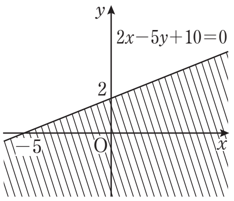
[正解] ア：①

[解説]

$2x-5y+10 \geqq 0$ より

$$y \leqq \frac{2}{5}x+2$$

よって，求める領域は直線 $y=\frac{2}{5}x+2$ およびその下側の部分で，下図の斜線部分。 [A]



境界線を含む。

[A]　直線を境界とする領域
直線 $y=mx+n$ を l とすると，不等式 $y \leqq mx+n$ の表す領域は直線 l の下側の部分（境界線 $y=mx+n$ を含む）

2

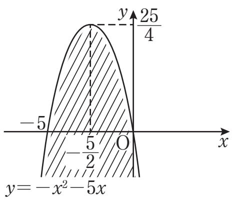
[正解] イ：②

[解説]

$y<-x^2-5x$ より

$$y<-\left(x+\frac{5}{2}\right)^2+\frac{25}{4}$$

よって，求める領域は放物線 $y=-x^2-5x$ の下側の部分で，下図の斜線部分。 [B]



境界線を含まない。

[B]　曲線を境界とする領域
不等式 $y<f(x)$ の表す領域は曲線 $y=f(x)$ の下側の部分（境界線 $y=f(x)$ は含まない）

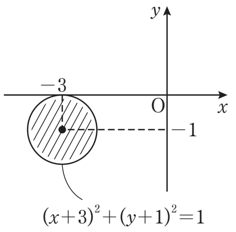
3 [正解] ウ：②

[解説]

$(x+3)^2+(y+1)^2<1$ より，求める領域は円

$(x+3)^2+(y+1)^2=1$ の内部で，下図の斜線部分。

[C]



境界線を含まない。

[C]　円を境界とする領域
円 $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ を C とすると，不等式 $(x-a)^2+(y-b)^2<r^2$ の表す領域は円 C の内部
（境界線 $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ は含まない）